

# استفاده از الگوریتم IMM-PDA در ردگیری اهداف دریایی در

## سیستم‌های راداری

مهران دهقانی<sup>۱</sup>، روح الله سامانی<sup>۲</sup>

۱ و ۲ پژوهشگر و مدرس دانشگاه دریایی امام خمینه‌ای (مدظله‌العالی)

### چکیده:

در رادارهای پیشرفته روشهای مختلفی جهت ردگیری اهداف وجود دارد. امروزه استفاده از تئوری تخمین در سیستم‌های ناوبری باعث افزایش قابلیت تصمیم‌گیری و اطمینان شده‌است. روشهای مختلفی در این راستا وجود دارد که با توجه به شرایط می‌توان از هر یک استفاده کرد اما در سیستم‌های راداری بایستی به وجود نویز و تداخل در انتخاب روش مورد نظر توجه کرد. به عنوان مثال اگر قرار باشد ردیابی با فیلترهای متداول کالمن ادامه یابد؛ با وجود مشکل نویز و کلاتر و تداخل در محیط، احتمال انتخاب نویز به جای هدف و زمان پردازش بالا، میزان خطا بیشتر خواهد بود. با توجه به اینکه اهداف دریایی در شرایط نویز و کلاتر و همچنین تداخل بیشتری هستند بایستی از الگوریتم‌های بهینه در این راستا استفاده شود. در این مقاله نشان داده می‌شود الگوریتم IMM-PDA<sup>۱</sup> هم از نظر زمان پردازش و هم میزان خطای RMSE پارامترهای مطلوبی برای سیستم‌های راداری فعال خواهد داشت.

### واژه‌های کلیدی:

ردگیری تک هدفه، احتمال تخصیص داده مشترک، IMM<sup>۲</sup>

## Using the IMM-PDA Algorithm for Marine Target Tracking in Radar Systems

Mehran Dehqani<sup>1</sup>, Rohollah Samani<sup>2</sup>

1, 2 Research Fellow and Lecturer, Imam Khomeini (PBUH) Maritime University

### Abstract:

Advanced radar systems employ various methods for target tracking. The utilization of estimation theory in navigation systems has enhanced decision-making capabilities and confidence. Several approaches exist in this regard, each suitable for specific conditions. However, in radar systems, noise and interference should be considered when selecting an appropriate method. For instance, if conventional Kalman filters are used for tracking, the presence of noise, clutter, and interference in the environment can lead to higher error rates due to the filter's tendency to select noise instead of the target and increased processing time. Given that marine targets face more noise, clutter, and interference, optimal algorithms should be employed. This paper demonstrates that the IMM-PDA algorithm offers excellent performance for radar systems in terms of both processing time and Root Mean Square Error (RMSE) tracking accuracy.

### Keywords:

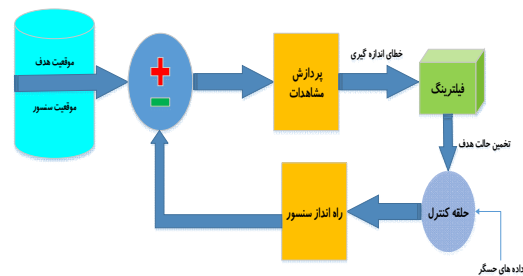
Single-target tracking, Shared Data Assignment Probability, IMM

<sup>1</sup>Interacting Multiple Model Probabilistic Data Association

<sup>2</sup> Interacting Multiple Model

## ۱- مقدمه

سامانه‌های ردگیری تک‌هدفه<sup>۳</sup> (STT) به منظور تشکیل ردگیری حلقه بسته روی یک تک هدف طراحی شده‌است. یک تفاوت اساسی بین سامانه‌های ردگیری تک هدف (STT) که به منظور تشکیل ردگیری حلقه بسته روی یک تک هدف طراحی شده با سامانه‌های ردگیری چندهدفه<sup>۴</sup> (MTT) وجود دارد. سیستم STT خط دید رادار ردگیری را روی یک هدف مطلوب متمرکز می‌کند. به عبارت دیگر سیستم رادار STT تلاش می‌کند تا آنتن را مستقیماً روی هدف متمرکز نگه دارد (شکل ۱). حلقه‌ی ردیابی تک‌هدفه، روی خطای اندازه‌گیری عمل می‌کند. این خطای اندازه‌گیری اختلاف بین زاویه‌ی حسگر و هدف است. الگوریتم ردیابی تک هدف روی حداقل کردن این اختلاف عمل می‌کند، مخصوصاً در سامانه‌ی ردیابی راداری تلاش بر این است که هدف به‌طور مستقیم در دید آنتن باشد.



شکل ۱- نمای عمومی سامانه‌ی STT

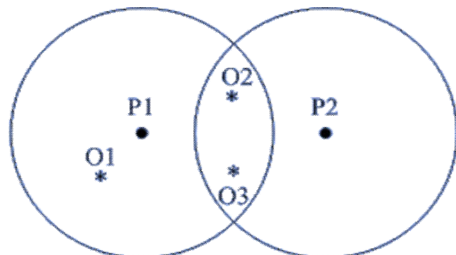
با اشاره به شکل ۱ برای یک سامانه‌ی STT، اختلاف یا مقدار خطای اندازه‌گیری شده، به‌طور مستقیم به فیلتر ردیابی وارد می‌شود، زیرا فرض می‌شود که حسگر تک هدف را آشکار می‌کند، بنابراین لزومی برای اجرای توابع پیچیده‌ی تخصیص داده (مورد استفاده در MTT) نمی‌باشد؛ اما آزمایش‌های سازگاری باید انجام شود تا اطمینان حاصل شود که حسگرهدف را دنبال می‌کند یا خیر [1].

## ۲- دروازه‌بندی

برای کاهش پیچیدگی محاسباتی تخصیص داده و برای کاهش اندازه‌گیری‌های احتمالی ترکیبات رد با فرض

اینکه تخصیص اندازه‌گیری‌های دور بسیار بعید هستند از روش دروازه‌بندی استفاده می‌شود. دروازه‌ی یک رد، ناحیه‌ای است حول موقعیت پیش‌بینی‌شده برای آن رد که مشاهده‌ی مربوطه با احتمال بالایی درون این ناحیه قرار می‌گیرد. تنها مشاهداتی که درون دروازه‌ی رد قرار می‌گیرند به رد موجود اختصاص پیدا می‌کند [2]. دروازه‌بندی در ابتدا شکل می‌گیرد، تا از محاسبات غیرضروری به‌وسیله‌ی توابع حفظ رد و تخصیص مشاهده به رد که در ادامه‌ی این تابع می‌آیند، کاسته شود. در واقع دروازه‌بندی به‌عنوان روش گزینشی به کار می‌رود تا تعیین کند که کدام یک از مشاهدات گزینه‌ی معتبر و صحیحی برای به‌روزرسانی ردهای موجود است. اغلب از دروازه به نام ناحیه‌ی اعتبار و از دروازه‌بندی به‌عنوان مشاهدات معتبری که برای به‌روزرسانی رد به کار می‌روند یاد می‌شود. روش نهایی که در آن مشاهده به رد اختصاص پیدا می‌کند تخصیص داده نام دارد که در مراحل بعد بدان اشاره خواهد شد، اما اغلب روش‌های تخصیص داده دروازه‌بندی برای کاهش بار محاسباتی استفاده می‌کنند.

شکل ۲ دروازه‌بندی را برای دو هدف نزدیک به هم نشان می‌دهد. البته باید توجه داشت که دروازه‌های دو هدف نزدیک به هم ممکن است همپوشانی داشته باشند.



شکل ۲- دروازه‌بندی برای دو رد P1 و P2 به همراه مشاهدات O1، O2، O3 [31]

به‌طور کلی دروازه‌بندی طی مراحل زیر انجام می‌شود.

۱- تخمین موقعیت بعدی هدف

۲- تشکیل دروازه‌ها به مرکز نقاط تخمینی برای موقعیت بعدی اهداف. اندازه‌ی دروازه متناسب با برآیند خطای اندازه‌گیری و خطای تخمین است. هر قدر خطاها بزرگ‌تر باشند، دروازه‌ها نیز بزرگ‌تر انتخاب می‌شوند و بالعکس. شکل هندسی دروازه‌ها نیز مهم است؛ چرا که از یک طرف باید مشاهده‌ی مربوطه به رد مورد نظر با احتمال بالایی درون دروازه بیفتد و از طرف دیگر حجم دروازه کمترین مقدار باشد تا با داشتن کمترین تعداد ممکن از

<sup>3</sup> Single Target Tracking

<sup>4</sup> Multi Target Tracking

هشدارهای غلط در داخل دروازه، از پردازش‌های کاذب ممانعت به عمل آید.

۳- بررسی اینکه آیا داده‌های دریافتی در داخل دروازه هست یا نه [1].

اندازه‌ی آستانه برای دروازه و شکل دروازه به طرق مختلفی تعریف می‌شود که تعریف دقیق آن در معادله‌ی (۱) آمده‌است [2].

$$D = \tilde{z}_k^T S_k^{-1} \tilde{z}_k \leq G \quad (1)$$

در این معادله  $D$  نرم باقیمانده نامیده می‌شود. بردار باقیمانده<sup>۵</sup>  $\tilde{z}_k$  (مانده)، بردار اختلاف بین مقادیر مشاهدات و مقدار پیش‌بینی شده برای موقعیت آینده‌ی هدف است. کوواریانس نوآوری<sup>۶</sup>  $S_k$  که از ماتریس کوواریانس پیش‌بینی حاصل می‌شود، در بردارنده‌ی کوواریانس کمیت‌های بردار مشاهدات است و  $G$  آستانه‌ای است که اطمینان می‌دهد مشاهده‌ای که از حسگر دریافت شده‌است با احتمال  $P_G$  درون دروازه قرار می‌گیرد. رابطه‌ی (۱) به این معنی است که مقادیری از  $D$  که به ازای هر مشاهده محاسبه می‌شود، اگر از مقدار آستانه‌ی  $G$  کمتر باشد، آن مشاهده درون دروازه‌ی رد قرار می‌گیرد. مقادیر آستانه‌ی  $G$  بر حسب احتمالات متفاوت  $P_G$  را می‌توان از جدول  $\chi^2$  (Chi-square) به دست آورد که در آن  $M$  ابعاد اندازه‌گیری است. جدول (۱) برخی از مقادیری که در  $\chi^2$  آمده‌است را نشان می‌دهد.

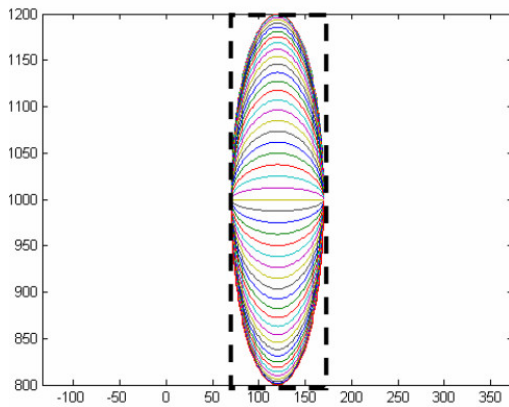
جدول ۱: مقادیر آستانه‌ی  $G$  بر حسب احتمالات

متفاوت  $P_G$  [34]

G	۱	۴	۹	۱۶
۱	۰/۶۸۳	۰/۹۵۴	۰/۹۹۷	۰/۹۹۹۹۴
۲	۰/۳۹۳	۰/۸۶۵	۰/۹۸۹	۰/۹۹۹۷
۳	۰/۱۹۹	۰/۷۳۹	۰/۹۷۱	۰/۹۹۸۹

رابطه (۱) رایج‌ترین نوع دروازه‌بندی است که به دروازه‌بندی بیضوی مشهور است. شکل دقیق بیضی به کوواریانس ابعاد مشاهدات بستگی دارد. اگر خطا در راستای همی محورها برابر باشد، بیضی به شکل یک کره درخواهد آمد.

یکی دیگر از انواع دروازه‌بندی‌ها که ساده‌ترین نوع آن‌هاست دروازه‌بندی مستطیلی است که پیاده‌سازی آن ساده‌تر بوده و بار محاسباتی آن نسبت به دروازه‌بندی بیضوی کمتر است، اما دروازه‌بندی بیضوی به ازای یک احتمال معلوم  $P_G$  که مشاهده‌ی صحیح درون دروازه قرار بگیرد نیاز به حجم دروازه‌ی کمتری دارد. شکل ۳ از این واقعیت سخن می‌گوید که برای یک آستانه‌ی مشخص، دروازه‌بندی بیضوی حجم کمتری را اشغال کرده و در نتیجه در بردارنده‌ی مشاهدات نویزی کمتری خواهد بود.



شکل ۳- دروازه‌بندی بیضوی در مقایسه با دروازه‌بندی مستطیلی

حجم دروازه  $V_k$  با توجه به آستانه‌ی  $G$  برابر است با

$$V_k = c_{n_z} G^{1/2} |S_k(\mathbf{r})|^{1/2} \quad (2)$$

$n_z=1$  ابعاد مشاهدات است. اگر مشاهده یک‌بعدی

باشد  $c_1 = 2$ ، اگر مشاهده دو‌بعدی باشد  $c_1 = \pi$  و

اگر مشاهده سه‌بعدی باشد  $c_1 = 4\pi/3$  است [3].

در این مقاله یک شمارنده بعد از دروازه‌بندی و محاسبه احتمال وجود اهداف داخل دروازه‌بندی قرار داده شده‌است که در هر اسکن تعداد مشاهدات داخل دروازه-بندی را محاسبه می‌نماید. اگر خروجی مقدار شمارنده صفر باشد به این معنی است که هیچ مشاهده‌ای درون دروازه رد قرار نگرفته و در واقع بیانگر عدم وجود اندازه-گیری مربوط به هدف است. ولی در صورتی که تعدادی مشاهده درون دروازه رد قرار بگیرند، شمارنده مذکور تعداد مشاهده را مشخص می‌نماید. اگر تعداد مشاهده خیلی زیاد باشد مقادیر آستانه گذاری کوچک‌تر شده و

<sup>5</sup> residual

<sup>6</sup> Innovation

k درون دروازه قرار می‌گیرند با مجموعه

$$Y_k = \{y_k^1, y_k^2, \dots, y_k^m\} \quad \text{مشخص می‌شوند [4].}$$

### ۳-۱- مراحل اجرای الگوریتم IMMPDA

در این بخش مراحل فیلتر IMMPDA در یک اسکن توضیح داده خواهد شد. بردار حالت و ماتریس کوواریانس مربوط به آن و احتمال مدل شرطی برای هدف در مدل j و در اسکن k-1 به ترتیب  $\hat{X}_{k-1|k-1}^j$ ،  $P_{k-1|k-1}^j$  و  $\mu_{k-1}^j$  است.

**مرحله ۱.** محاسبه‌ی احتمال برهم‌کنش بین مدل‌ها و ترکیب تخمینی<sup>v</sup> از اطلاعات اسکن قبل. در ابتدای هر اسکن، احتمال برهم‌کنش  $\mu_k^{i|j}$  بین مدل‌ها از رابطه‌ی (۵) به دست می‌آید.

$$\mu_k^{i|j} = P\{M_{k-1}^i | M_k^j\} = \frac{1}{\mu_k^{j-}} p_{ij} \mu_{k-1}^i \quad (5)$$

احتمال  $\mu_k^{j-}$  پیش‌بینی شده‌است و از رابطه‌ی (۶) محاسبه می‌شود.

$$\mu_k^{j-} = P\{M_{k-1}^i\} = \sum_{i=1}^n p_{ij} \mu_{k-1}^i \quad (6)$$

ترکیب تخمینی  $\hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}$  و کوواریانس  $P_{k-1|k-1}^{0j}$  مربوط به آن نیز از روابط (۷) و (۸) به دست می‌آیند [۹].

$$\hat{x}_{k-1|k-1}^{0j} = E\{x_{k-1} | M_k^j\} = \sum_{i=1}^n \hat{x}_{k-1|k-1}^i \mu_k^{i|j} \quad (7)$$

$$P_{k-1|k-1}^{0j} = E\{[x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}][x_{k-1} - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}]^T | M_k^j\} = \sum_{i=1}^n \mu_k^{i|j} \{P_{k-1|k-1}^i + [\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}][\hat{x}_{k-1|k-1}^i - \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j}]^T\} \quad (8)$$

**مرحله ۲.** پیش‌بینی بردار حالت  $\hat{x}_{k|k-1}^j$  و کوواریانس  $P_{k|k-1}^j$  مربوط به آن که از روابط (۹) و (۱۰) محاسبه می‌شوند.

$$\hat{x}_{k|k-1}^j = F_{k-1}^j \hat{x}_{k-1|k-1}^{0j} \quad (9)$$

$$P_{k|k-1}^j = F_{k-1}^j P_{k-1|k-1}^{0j} F_{k-1}^{j'} + G_{k-1}^j Q_{k-1}^j G_{k-1}^{j'} \quad (10)$$

اگر تعداد مشاهده کم باشد، با همان مقدار آستانه‌گذاری، احتمال فرضیه‌های تخصیص تمام مشاهدات به رده‌های تعریف شده را بررسی کرده و محتمل‌ترین مشاهده را به رد اختصاص می‌دهد. بدین ترتیب در شرایط نویز و کلاتر شدید که تعداد مشاهدات افزایش می‌یابد، علاوه بر تغییر مقادیر آستانه‌گذاری در هر اسکن که باعث کاهش تعداد مشاهدات درون دروازه رد می‌شود، تمام فرضیه‌های تخصیص مشاهدات به رد بررسی شده و محتمل‌ترین فرضیه برای اختصاص‌دهی انتخاب می‌شود.

### ۳- الگوریتم IMMPDA

فرض کنید  $M_n = \{1, 2, \dots, n\}$  معرف مجموعه مدل‌های حرکتی هدف باشد که این مدل‌ها در اسکن k به صورت  $M_k^j$  نمایش داده شود و معادلات دینامیکی و مشاهدات هدف به صورت زیر باشد.

Error! )

No text of specified style in document.

$$\dot{x}_k = F_{k-1}^j x_{k-1} + G_{k-1}^j v_{k-1}^j$$

$$z_k = H_k^j(r) x_k + w_k^j \quad (4)$$

در روابط فوق  $x_k$  بردار حالت هدف،  $z_k$  بردار مشاهده‌ی هدف،  $F_{k-1}^j$  و  $G_{k-1}^j$  ماتریس‌های سامانه،  $H_k^j$  (j ∈ M<sub>n</sub>) منطبق با مدل z که می‌باشند. ماتریس مشاهدات،  $v_{k-1}^j$  و  $w_k^j$  به ترتیب نویزهای دینامیکی و مشاهده، سفید، گوسی و مستقل از یکدیگر با ماتریس‌های کوواریانس  $Q_{k-1}^j$  و  $R_k^j$  در نظر گرفته می‌شوند.

بردار حالت اولیه برای هر یک از مدل‌ها یک فرآیند گوسی با میانگین  $x_0^j$  و ماتریس کوواریانس  $P_0^j$  در نظر گرفته می‌شود. احتمال اولیه‌ی مدل‌ها  $\mu_0^j$  است. برای همه‌ی اهداف احتمال گذر از مدل i-ام به مدل j-

ام توسط یک زنجیره‌ی مارکوف مرتبه اول ( $P_{ij}^j$ ) مدیریت می‌شود.  $Z_k = \{z_k^1, z_k^2, \dots, z_k^m\}$  نمایش مجموعه‌ی مشاهدات در اسکن k می‌باشد و مشاهداتی که در اسکن

<sup>7</sup> Mixing Of The Estimate

مدل  $z$  و  $N[V_k^{j,i}; 0; S_k^{j,i}]$  که بیانگر احتمال گوسی اختصاص دهی مشاهده  $i$ -ام است و به صورت زیر تعریف می شود.

$$N[V_k^{j,i}; 0; S_k^{j,i}] = \frac{1}{\sqrt{2\pi S_k^{j,i}}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left( \frac{V_k^{j,i}}{S_k^{j,i}} \right)^2 \right] \quad (15)$$

پس از محاسبه ای احتمال فرضیه ها معادلات به روزرسانی فیلتر کالمن برای هر مدل از رابطه های (۱۶) و (۱۷) محاسبه می شوند.

$$\hat{x}_{k|k}^j = E\{x_k | M_k, Y_k\} = \hat{x}_{k|k-1}^j + W_k^j v_k^j \quad (16)$$

$$P_{k|k}^j = P_{k|k-1}^j - \left( \sum_{i=1}^{\bar{m}_j} \beta_k^{j,i} \right) W_k^j S_k^j (r) W_k^{j'} + \quad (17)$$

$$W_k^j \left( \sum_{i=1}^{\bar{m}_j} \beta_k^{j,i} v_k^{j,i} v_k^{j,i'} - v_k^j v_k^{j'} \right) W_k^{j'}$$

در روابط فوق  $W_k^j$  بهره ی فیلتر کالمن در اسکن  $k$  و مدل  $z$  و  $V_k^j$  مانده ی ترکیبی در مدل  $z$  هستند که به ترتیب از روابط زیر به دست می آیند.

$$W_k^j = P_{k|k-1}^j H_k^j S_k^j \quad (18)$$

$$v_k^j = \sum_{i=1}^{\bar{m}_j} \beta_k^{j,i} v_k^{j,i} \quad (19)$$

در انتهای این مرحله تابع احتمال  $\Lambda_k^j$  برای به روزرسانی احتمال مدل ها از روابط (۱۸) و (۱۹) به دست می آیند و احتمال مدل ها  $\mu_k^j$  طبق رابطه ی (۲۰) به روزرسانی می شود.

$$\dot{\Lambda}_k^j = [V_k^j]^{-\bar{m}_j} \gamma_0(\bar{m}_j) + [V_k^j]^{-\bar{m}_j+1} \sum_{i=1}^{\bar{m}_j} P_G^i N[V_k^j; 0; S_k^j] \gamma_i(\bar{m}_j) \quad (20)$$

$$\gamma_i(\bar{m}_j) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{m}_j} P_D P_G & i=1, \dots, \bar{m}_j \\ (1-P_D P_G) & i=0 \end{cases} \quad (21)$$

$$\mu_k^j = \frac{1}{c} \mu_k^{j-1} \Lambda_k^j \quad (22)$$

$\sum_{j=1}^n \mu_k^j = 1$  ثابت نرمالیزاسیون می باشد به طوری که [۸].

مرحله ی ۵. ترکیب تخمین مدل ها

در این مرحله پس از دریافت مشاهدات، بردار نوآوری  $z_k^{j,i}$  برای مدل  $j$  و کوواریانس  $S_k^j$  مربوط به آن به ترتیب از روابط (۱۱) و (۱۲) به دست می آید.

$$z_k^{j,i} = z_k^i - H_k^j \hat{x}_{k|k-1}^j \quad (11)$$

$$S_k^j = H_k^j P_{k|k-1}^j H_k^{j'} + R_k^j \quad (12)$$

مرحله ی ۳. دروازه بندی

ناحیه ی دروازه بندی برای همه ی مدل ها یکسان در نظر گرفته می شود؛ یعنی از بین ماتریس کوواریانس های بردار نوآوری در همه ی مدل ها بیشترین آن انتخاب می شود. اگر  $\bar{j} = \arg\{\max |S_k^j|, j \in M_n\}$ ، از میان همه ی مشاهداتی که در اسکن  $k$  دریافت شده اند، به شرطی درون دروازه قرار می گیرند که در رابطه ی (۱۳) صدق کنند. [5].

$$[z_k^{(i)} - \hat{z}_k^{\bar{j},(i)}] [S_k^{\bar{j}}]^{-1} [z_k^{(i)} - \hat{z}_k^{\bar{j},(i)}] < G \quad (13)$$

مرحله ی ۴. به روزرسانی بردار حالت و ماتریس کوواریانس مربوط به آن با استفاده از مشاهدات درون دروازه

با استفاده از مشاهدات درون دروازه ابتدا فرضیه ی صحت تعلق هر مشاهده به رد  $(\theta_k)$  برای هر مدل به صورت زیر در نظر گرفته می شود.

$$\theta_k^i = \text{اگر مشاهده از هدف تحت ردیابی تولید شده باشد} \quad (i = 1, \dots, \bar{m})$$

$$\theta_k^0 = \text{هیچ یک از مشاهدات درون دروازه به رد تعلق نگیرند} \quad (i = 0)$$

سپس احتمال مربوط به هر فرضیه از رابطه ی (۱۴) محاسبه می شود [4].

$$\beta_k^{j,i} = \begin{cases} \frac{1}{c'} (P_G)^{-1} N[V_k^{j,i}; 0; S_k^{j,i}] & i=1, \dots, \bar{m} \\ \frac{1}{c'} \{\bar{m}(1-P_D P_D)(P_D P_D)^{-1}\} & i=0 \end{cases} \quad (14)$$

در رابطه ی فوق  $P_D$  احتمال آشکارسازی،  $P_G$  احتمال این که مشاهده ی تولید شده توسط حسگر درون دروازه واقع شود،  $c'$  فاکتور نرمالیزاسیون بوده که به ازای آن

$$v_k^{j,i} = y_k^i - z_k^j \sum_{i=0}^{\bar{m}} \beta_k^{j,i} = 1$$

مانده مشاهده ی  $i$ -ام در

به صورت  $X = [x, \dot{x}, y, \dot{y}]^T$  بوده و توسط رابطه‌ی (۲۵) بیان می‌شود که در آن F ماتریس انتقال حالت سامانه بوده و به شکل زیر است [7].

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

بردار  $G$  در این مدل به صورت زیر است.

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} \quad (26)$$

همچنین ماتریس کوواریانس  $Q$  که در معادلات فیلتر کالمن استفاده می‌شود به شکل زیر است [8].

$$Q = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^3/2 & 0 & 0 \\ T^3/2 & T^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T^4/4 & T^3/2 \\ 0 & 0 & T^3/2 & T^2 \end{bmatrix} \sigma_v^2 \quad (27)$$

برای این مدل، جهت تنظیم فیلتر،  $\sigma_v$  باید در حدود حداکثر مقدار ممکن سرعت هدف باشد. ماتریس H نیز در معادلات اندازه‌گیری از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

#### ۴-۲- مدل شتاب ثابت (CA)

در این مدل که از فرآیند مارکوف مرتبه‌ی سوم است بردار حالت X علاوه بر موقعیت و سرعت هدف، شامل شتاب هدف نیز بوده و به شکل  $X = [x, \dot{x}, \ddot{x}, y, \dot{y}, \ddot{y}]^T$

است. در مدل شتاب ثابت،  $\sigma_v$  موجود در رابطه (۲۷) معرف آهنگ تغییرات شتاب هدف است. ماتریس انتقال حالت و بردار بهره‌ی نویز به ترتیب از روابط (۲۹) و (۳۰) به دست می‌آید [9].

در این مرحله بردار حالت به‌روز شده  $\hat{x}_{k|k}$  و ماتریس کوواریانس  $P_{k|k}$  مربوط به آن با توجه به احتمال هر مدل ترکیب می‌شوند و تخمین نهایی در اسکن k به دست می‌آید. به این ترتیب یک اسکن از الگوریتم IMM-PDA به پایان می‌رسد.

$$\hat{x}_{k|k} = \sum_{j=1}^n \hat{x}_{k|k}^j \mu_k^j \quad (22)$$

$$P_{k|k} = \sum_{j=1}^n \left\{ P_{k|k}^j + [\hat{x}_{k|k}^j - \hat{x}_{k|k}] [\hat{x}_{k|k}^j - \hat{x}_{k|k}]^T \right\} \mu_k^j \quad (24)$$

#### ۴- شبیه سازی الگوریتم

برای ردیابی اهداف نیاز به مشاهدات یا اندازه‌گیری‌هایی از آن اهداف است که توسط حسگر یا حسگرهایی نظیر رادار، دوربین‌های اپتیکی و... به دست آمده باشد. این مشاهدات پس از عبور از قسمت پردازش به صورت نقاط یا داده‌هایی به قسمت ردیابی تحویل داده می‌شود. در این مقاله داده‌ها در محیط دوبعدی که شامل اطلاعات مسیر حرکت یک جستجوگر فعال و نویز و کلاتر محیط و نویز با توزیع گوسی و کلاتر با توزیع پواسون می‌باشد تولید شده و در ادامه با اجرای پردازش مناسب بر روی این داده‌ها و استفاده از الگوریتم‌های بیان شده، ردیابی اهداف انجام می‌شود.

چنانچه محیط ردگیری هدف نویزی باشد می‌بایست از الگوریتم‌های تخصیص داده برای اختصاص‌دهی مشاهدات به ردها استفاده کرد. همچنین با فرض اینکه جستجوگر فعال توسط یک سامانه پر سرعت مانند یک جنگنده حمل می‌شود و ممکن است حرکات مانوری از خود نشان دهند فیلتر IMM می‌تواند به دقت رفتار هدف را دنبال کند.

برای ردگیری هدف در حضور نویز محیط، ابتدا مدل‌های حرکتی را بررسی و با توجه به مدل انتخابی از الگوریتم KF و UKF شروع می‌کنیم و با توجه به نتایج این دو الگوریتم در نهایت از الگوریتم IMM-PDA در حالت ردیابی تک‌هدفه استفاده خواهیم کرد [6].

#### ۴-۱- مدل سرعت ثابت (CV)

این مدل از فرآیند مارکوف مرتبه‌ی دوم برای مدل کردن حرکت هدف استفاده می‌کند. بردار حالت آن

بردار حالت اسكن‌ه‌اى بعد توليد و در يك متغير ذخيره شده تا در گام‌ه‌اى بعد مورد استفاده قرار گيرد. پس از ساخت مسير واقعى، نوبت به ساخت مشاهدات (اعم از مشاهدات حسگر و مشاهدات نويزى محيط) مى‌رسد. براى ساخت مشاهدات حسگر، نويز اندازه‌گيرى به مسير واقعى ساخته شده براى هدف اضافه مى‌شود.

پس از توليد مشاهدات نويزى محيط، هم‌ه‌اى مشاهدات را در يك متغير ذخيره كرده و به عنوان داده به واحد رد يابى ارسال مى‌شود تا عمل دروازه بندى و بقيه‌اى مراحل پردازش بر روى آن‌ها صورت پذيرد. بعد از انجام رد يابى، خطاى تخمين فيلترها در هر اسكن با استفاده از معيار جذر ميانگين مربع خطا (RMSE)<sup>۸</sup> مطابق رابطه‌اى زير محاسبه مى‌شود.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M ((x_k^i - \hat{x}_k^i)^2 + (y_k^i - \hat{y}_k^i)^2)} \quad (33)$$

كه در آن، M تعداد مرتبه تكرر مونت كارلو<sup>۹</sup>، مسير واقعى سيكر براى زمان K در i-امين مرتبه‌اى تكرر مونت كارلو و  $x_k^i, y_k^i$  موقعيت تخمينى سيكر در هر لحظه مى‌باشد. خطاى RMSE مشاهده‌اى حسگر نيز همانند رابطه‌اى بالا مى‌باشد كه در آن به جاى  $x_k^i, y_k^i$  از مختصات مشاهده‌اى حسگر استفاده مى‌شود. همچنين براى مقايسه‌اى عددى خطاى فيلترها، ميانگين خطاى RMSE در كل اسكن‌ها از رابطه‌اى (۳۴) به دست مى‌آيد كه N نشان دهنده‌اى تعداد كل اسكن‌هاست.

$$RMSE_{mean} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N RMSE \quad (34)$$

#### ۵-۱- مقايسه ميزان خطاى RMSE

فرض مى‌كنيم در فضاى دوبعدى، در يك سناريوى مشترك حركت يك وسيله مجهز به يك رادار فعال در نظر گرفته شده و ميزان خطاى RMSE در تخمينگره‌اى KF و UKF با روش IMMLDA مقايسه گرديده‌است. در ادامه در شكل ۵ عملكرد تخمينگره‌اى KF و UKF مشاهده مى‌شود.

<sup>۸</sup> Root Mean Square Error

<sup>۹</sup> Monte Carlo

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & T & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$G = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

همچنين ماتريس كوواريانس Q در اين مدل به صورت زير است.

$$Q = \begin{bmatrix} T^4/4 & T^2/2 & T^2/2 & 0 & 0 & 0 \\ T^2/2 & T^2 & T & 0 & 0 & 0 \\ T^2/2 & T & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & T^4/4 & T^2/2 & T^2/2 \\ 0 & 0 & 0 & T^2/2 & T^2 & T \\ 0 & 0 & 0 & T^2/2 & T & 1 \end{bmatrix} \sigma_v^2 \quad (31)$$

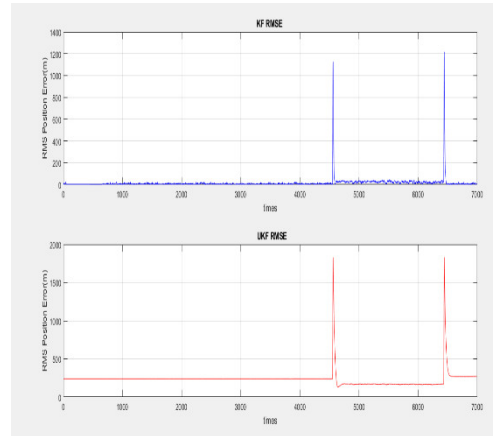
براى تنظيم فيلتر در مدل شتاب ثابت،  $\sigma_v$  در حدود حداكثر تغييرات ممكن براى شتاب هدف انتخاب مى‌شود [8].  
ماتريس H نيز در معادلات اندازه‌گيرى از رابطه‌اى زير به دست مى‌آيد.

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

#### ۵- توليد داده

داده‌ها شامل مشاهداتى هستند كه از رادار توليد شده و يا نويزه‌اى هستند كه در محيط رد يابى وجود دارند. جهت توليد داده پس از مقداردهى اوليه‌اى پارامترها كه بايد مسير واقعى حركت وسيله مورد نظر بر اساس مدل‌ه‌اى ديناميكى مختلف مانند سرعت ثابت، شتاب ثابت و مدل چرخان ساخته شود. براى اين امر ابتدا بردار حالت اوليه‌اى حركت ( $X_0$ ) در نظر گرفته مى‌شود. سپس با استفاده از معادله‌اى كه معادله‌اى ديناميكى هدف است،

در شکل ۴ میزان RMSE این دو تخمینگر محاسبه شده و آورده شده است.



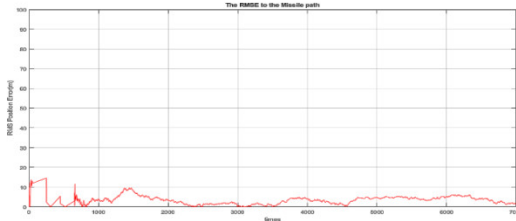
[۱] شکل ۴- مقایسه خطای RMSE در تخمینگر های UKF و KF

در شکل ۴ مشاهده میزان خطا در تخمینگر ها در یک سناریوی مشترک مشخص شده است که در تخمینگر KF میزان خطا  $15/0483$  متر و در تخمینگر UKF این خطا به میزان  $234/8312$  متر افزایش یافته است.

مسئله مهم تر در بررسی این دو تخمین گر زمان پردازش است و همچنین فیلتر کالمن به طور بازگشتی بر اساس مشاهدات اسکن قبلی اقدام به انجام به روزرسانی اندازه گیری برای اسکن فعلی می کند و موضوع مهم تر اینکه با توجه به وجود نویز و کلاتر محیط، برای ردیابی هدف نیاز به دروازه بندی داریم تا در هر اسکن وجود هدف را تضمین کند. لذا برای این موضوع، از الگوریتم IMMPDA استفاده شده است.

یکی از موضوعات مهم در استفاده از الگوریتم بهینه در این مقاله، کاهش میزان خطا می باشد. لذا در این الگوریتم نیز میزان خطای RMSE مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به اینکه نویز شبیه سازی شده دارای خاصیت رندوم و یا تصادفی می باشد در هر بار اجرای الگوریتم مقادیر کمی متفاوت هستند. همچنین مسئله مهم تر اینکه در این الگوریتم زمان پردازش برای یک اسکن به مقدار مطلوبی جهت پردازش رسید که این مقدار برای استفاده عملی مقدار مناسبی می باشد.

در شکل ۵ خطای RMSE در اجرای این الگوریتم با استفاده از تکرار ۱۰۰ مرتبه مونت کارلو مشاهده می شود.



[۲] شکل ۵- خطای RMSE در الگوریتم IMMPDA

### ۶- نتیجه گیری

در این مقاله برای هر سه الگوریتم KF, UKF, IMMPDA، یک سناریو مشترک ارائه گردید. همان طور که در این مقاله بیان شد الگوریتم KF دارای زمان پردازش کمی است اما علی رغم وجود مزایای فیلتر کالمن، این فیلتر محدودیت هایی را به ویژه در خصوص برخورد با مسئله خطای مدل و نویز دارد. خطاها در مدل فیلتر کالمن معمولاً به صورت نویز گوسی با متوسط صفر و کوواریانس معلوم فرض می شوند. اما در میدان عمل، کوواریانس نویز معمولاً توسط روش های تجربی یا ابتکاری تعیین شده که در نتیجه آن فیلتر یک عملکرد کمتر بهینه را نمایش خواهد داد. حتی در برخی روش ها مستقیماً یک بهره یکنواخت و ثابت به عنوان کوواریانس نویز تعیین و معرفی می شود که چه بسا می تواند باعث واگرایی فیلتر گردد. همچنین با توجه به اینکه KF عملکرد خطی دارد لذا در مواردی نظیر سامانه های غیر خطی یا فرآیندهای غیر یکنواخت، فرض مدل گوسی برای خطای فرآیند می تواند به طور بسیار مؤثری سبب کاهش عملکرد تخمین شود. [10] همچنین KF با توجه به موقعیت قبلی، نقاط بعدی را تخمین می زند لیکن با وجود نویز و کلاتر و تداخل در محیط احتمال انتخاب نویز به جای هدف در محاسبات در این الگوریتم زیاد است و حتماً دروازه بندی لازم است. در الگوریتم UKF به جز زمان پردازش بالا خطای الگوریتم نیز قبول نبود. درست است که الگوریتم UKF برای رفتارهای غیر خطی مناسب است اما تصمیم گیری در این الگوریتم بر اساس رفتار رگرسیونی است و نسبت به خطای موجود شروع به بررسی خطاهای اطراف کرده که این باعث افزایش زمان پردازش و همچنین حجم پردازش می شود. همچنین باعث افزایش خطای RMSE نیز در این الگوریتم خواهد شد. لیکن در نهایت الگوریتم IMMPDA که هم از نظر زمان پردازش و هم میزان خطای RMSE پارامترهای مطلوبی برای رادار فعال داشت.

- [1] Yuan.Z, Falin.Wu, Yushuang.L, Zhidong.Zh and Yachong.Zh, "IMM-UKF based airborne radar and ESM data fusion for target tracking," in 14th IEEE International Conference on Electronic Measurement & Instruments, BIRMINGHAM., 2019.
- [2] Y. Bar-Shalom, Multitarget-multisensor tracking Applications and Advances, 2000.
- [3] D. Mao, D. P. A. Xue and a. Y. Guo, "An Improved IMMJPDA Algorithm for Tracking Multiple Maneuvering Targets in Clutter," in *The Sixth World Congress on, 2006*, 2006.
- [4] S., G. G. Sukhatme and M. L, "The iterated sigma point Kalman filter with applications to long range stereo," in *Robotics: Science and Systems*, Philadelphia, Pennsylvania, 2006.
- [5] A. sebbagh and s. kechida, "Nonlinear IMM-SUKF Algorithm for Maneuvering Target Tracking with Bearings-Only Measurement," p. 8, 2019.
- [6] C. Shi, J. Zhou and F. Wang, "Adaptive resource management algorithm for target tracking in radar network based on low probability of intercept," in *Multidim Syst Sign Process*, 2018.
- [7] X. Li, P. Wu and X. Zhang, "An interacting multiple models probabilistic data association algorithm for maneuvering target tracking in clutter," 2015.
- [8] Y. Bar-Shalom, X.-R. Li and T. Kirubarajan, Estimation with Applications To Tracking and Navigation, New York: JOHN WILEY & SONS, INC., 2001.
- [9] S. Veeraraghavan, A. Rathi, M. J. Sagayaraj and C. V. R. Nagar, "Turn rate estimation techniques in IMM estimators for ESA radar tracking," in Aerospace Conference 2008 IEEE, 2008.

[۱۰] ۱. هادی نژاد، "ارائه یک الگوریتم بهینه برای حذف اثرات مشاهدات نویزی در سیستم‌های ردیابی چند هدفه مبتنی بر تخصیص داده احتمالی توأم in "، هفتمین کنفرانس ملی جنگ الکترونیک، تهران، دانشگاه علوم و فنون هوایی شهید ستاری، تهران، ۱۳۹۳.